CEC

选频网络

Frequency Selection Circuits/Networks

2024年3月15日

学而不厭 誨人不倦

☞ 2.1 串联谐振回路

☞ 2.2 并联谐振回路

☞ 2.3 串、并联阻抗的等效互换与回路抽头时的阻抗变换

☞ 2.4 耦合回路

☞ 2.5 滤波器的其他形式

➢ 1. 并联阻抗转变为串联阻抗

所谓等效，就是指电路工作在某一频率时，不管其内部的电路形式如何，从端口看过去其阻抗或者导纳是相等的。

$$R_s + jX_s = \frac{R_p(jX_p)}{R_p + jX_p}$$

$$= \frac{R_p X_p^2}{R_p^2 + X_p^2} + j\frac{R_p^2 X_p}{R_p^2 + X_p^2}$$

$$R_s = \frac{R_p X_p^2}{R_p^2 + X_p^2} = \frac{R_p X_p^2}{Z_p^2} \qquad X_s = \frac{R_p^2 X_p}{R_p^2 + X_p^2} = \frac{R_p^2 X_p}{Z_p^2}$$

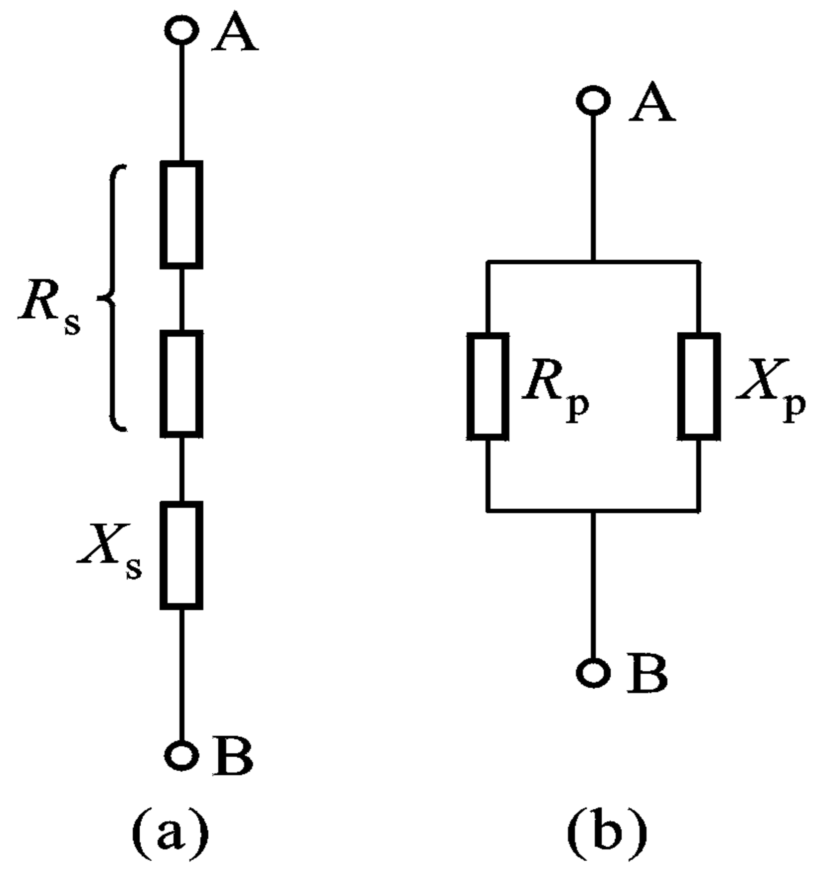


图2.3.1 串、并联阻抗的等效互换

2. 串联阻抗转变为并联阻抗

$$\frac{1}{R_s + jX_s} = \frac{1}{R_p} + \frac{1}{jX_p}$$

令两边的实数与虚数相等

$$R_p = \frac{R_s^2 + X_s^2}{R_s} = \frac{Z_s^2}{R_s}$$

$$X_p = \frac{R_s^2 + X_s^2}{X_s} = \frac{Z_s^2}{X_s}$$

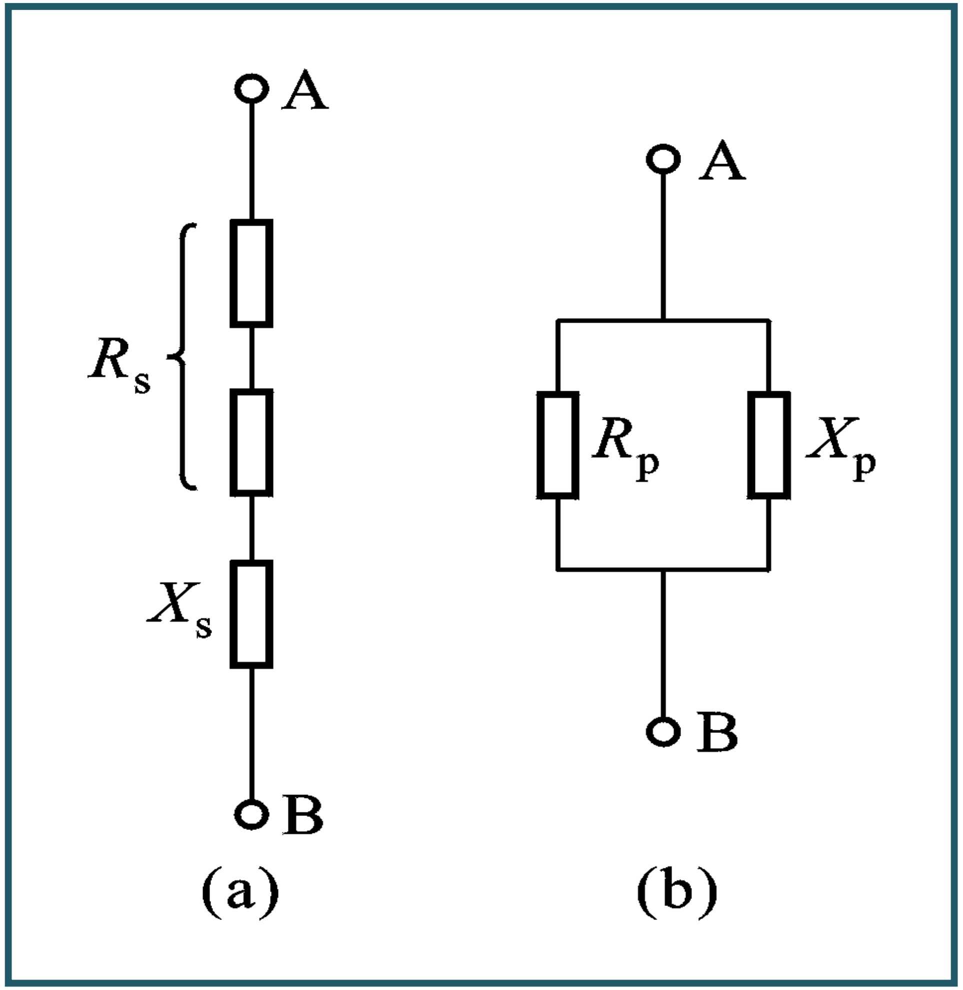


图2.3.1 串、并联阻抗的等效互换

2.3.1 串、并联阻抗的等效互换

➢ 3. 等效互换电路的品质因数相等

$$\boxed{Q_{L1}=\frac{X_s}{R_s}=Q_{L2}=\frac{R_p}{X_p}=Q_L}$$

$$\begin{cases} R_s=\dfrac{R_p}{1+Q_{L1}^2} \\ X_s=\dfrac{Q_L^2}{1+Q_L^2}X_p \\ R_p=\left(1+Q_L^2\right)R_s \\ X_p=\left(1+\dfrac{1}{Q_L^2}\right)X_s \end{cases}$$

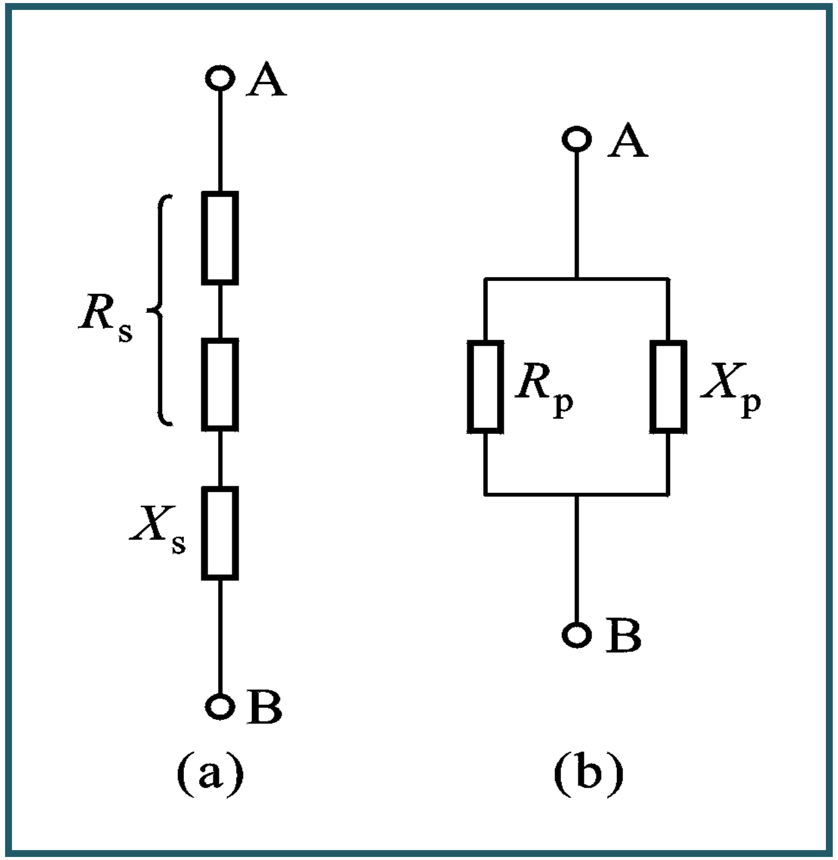


图2.3.1 串、并联阻抗的等效互换

当Q_L较高（Q_L>10）时，

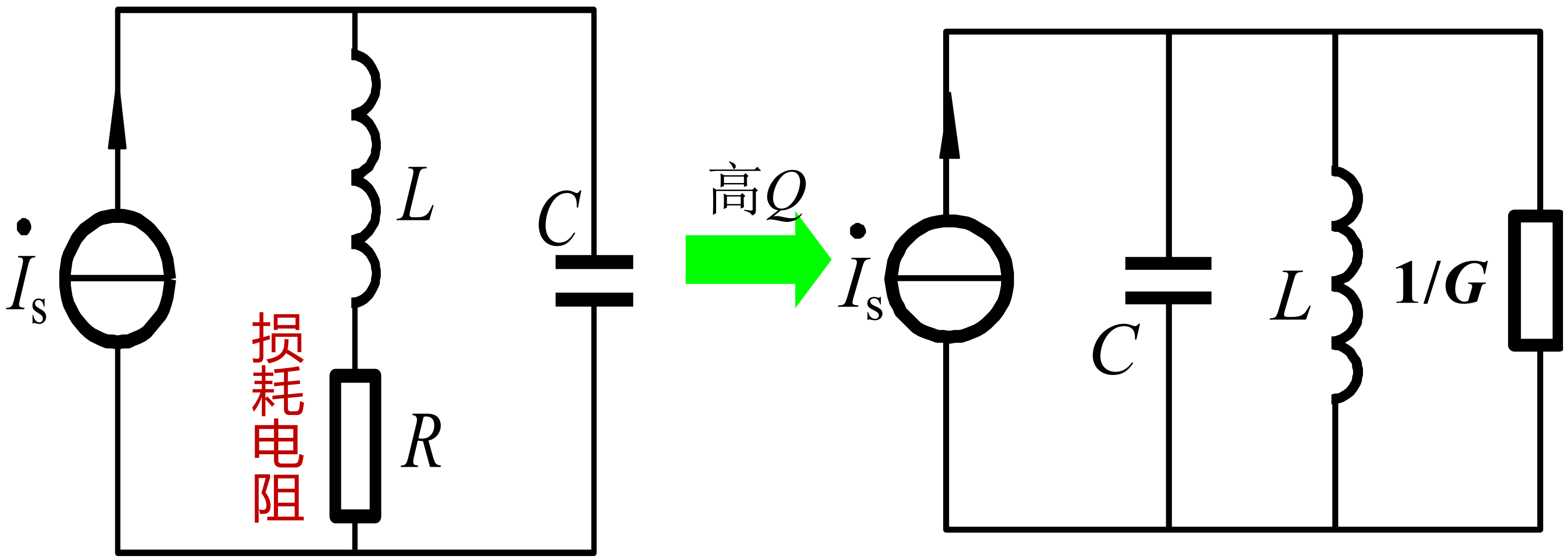
$$\boxed{R_p\approx R_sQ_L^2} \qquad \boxed{X_p\approx X_s}$$

结论： 当品质因数足够高时：

1）小的串联电阻变为大的并联电阻。 2）串联电抗变为同性质的并联电抗。

2.3.2 并联谐振回路的其他形式

➢ 1. 单振荡回路的阻抗变换



$$\omega_p = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

$$R_p = \frac{\omega_p^2 L^2}{R} = \frac{1}{R\omega_p^2 C^2}$$

对于高Q值并联谐振回路，其谐振频率与串联谐振回路相近，谐振阻抗可以通过串联支路的串并联互换得到。

2.3.2 并联谐振回路的其他形式

➢ 2. 复杂并联谐振回路

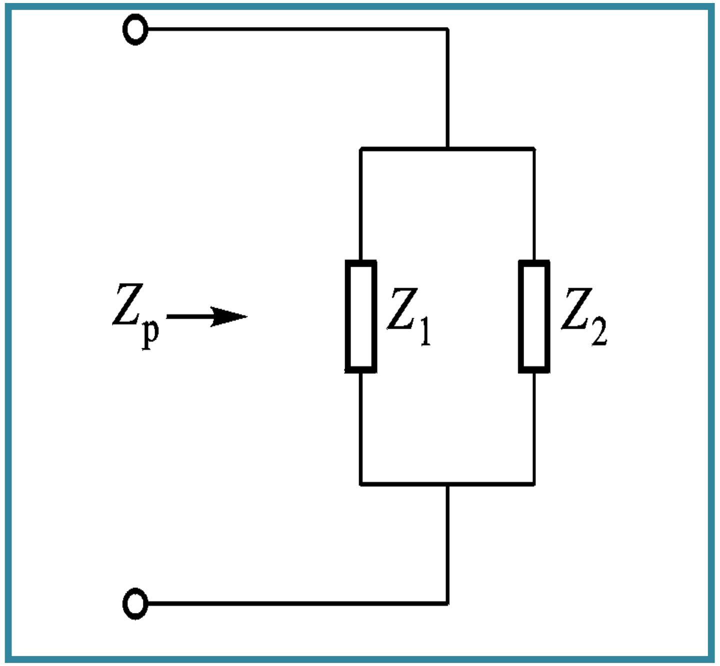


图 2.3.2 并联电路的广义形式

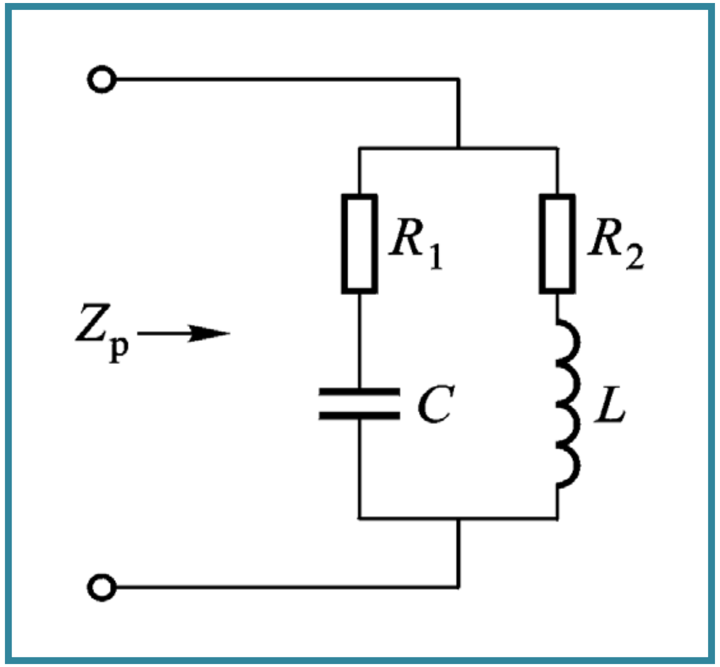


图 2.3.3 两个支路都有电阻的并联回路

复杂的并联谐振回路，其谐振频率和谐振阻抗的计算一般更为繁琐。然而，当整个电路满足高*Q*条件时，计算可以大大化简。

2. 复杂并联谐振回路

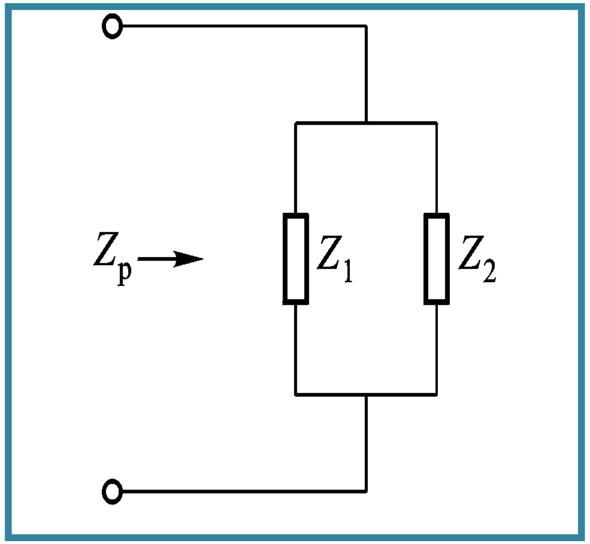


图 2.3.2 并联电路的广义形式

$$Z_1 = R_1 + jX_1 \qquad Z_2 = R_2 + jX_2$$

并联谐振时 $X_1 + X_2 = 0$

通常满足 $X_1 >> R_1$, $X_2 >> R_2$

$$Z_p = \frac{Z_1 Z_2}{Z_1 + Z_2} = \frac{(R_1 + jX_1)(R_2 + jX_2)}{(R_1 + jX_1) + (R_2 + jX_2)} = \frac{(R_1 + jX_1)(R_2 + jX_2)}{R_1 + R_2}$$

$$\approx -\frac{X_1 X_2}{R_1 + R_2} = \frac{X_1^2}{R_1 + R_2} = \frac{X_2^2}{R_1 + R_2}$$

2. 复杂并联谐振回路

当品质因数足够高时

$$\omega_p = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

$$Z_p = \frac{(\omega_p L)^2}{R_1 + R_2} = \frac{1}{(R_1 + R_2)(\omega_p C)^2}$$

如果R_1和R_2都不是很大，则认为都是集中在电感支路内，这时

$$Q_P = \frac{R_p}{\omega_p L} \Rightarrow \boxed{Q_p = \frac{\omega_p L}{R_1 + R_2}}$$

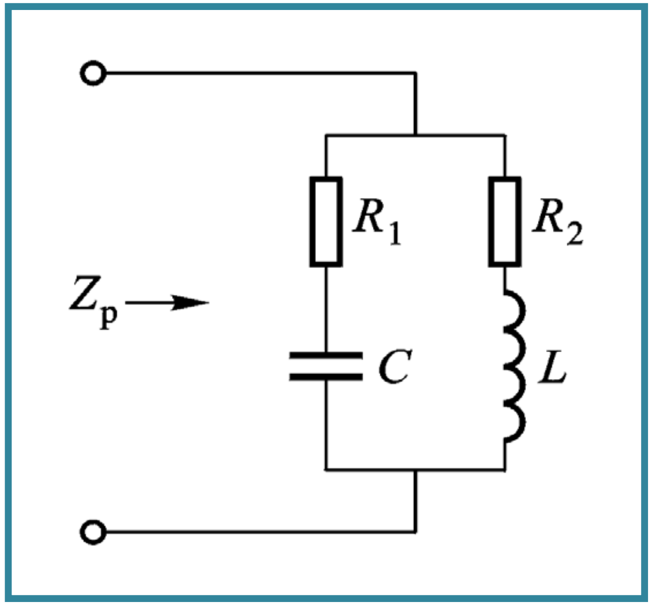
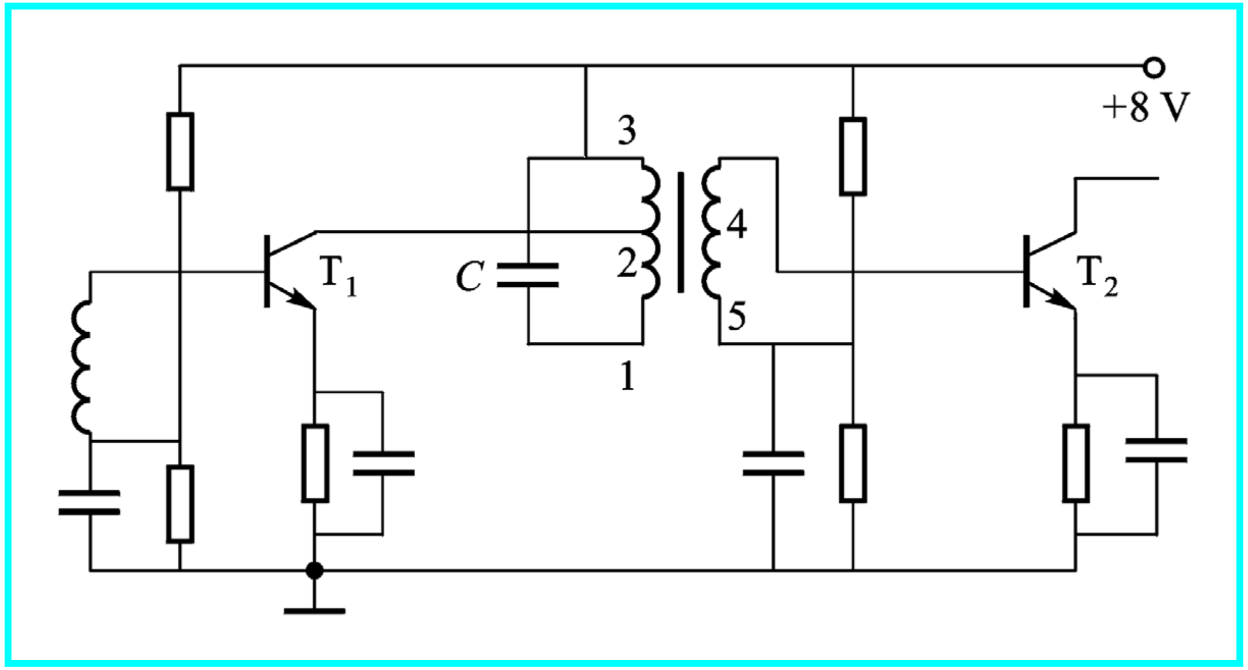
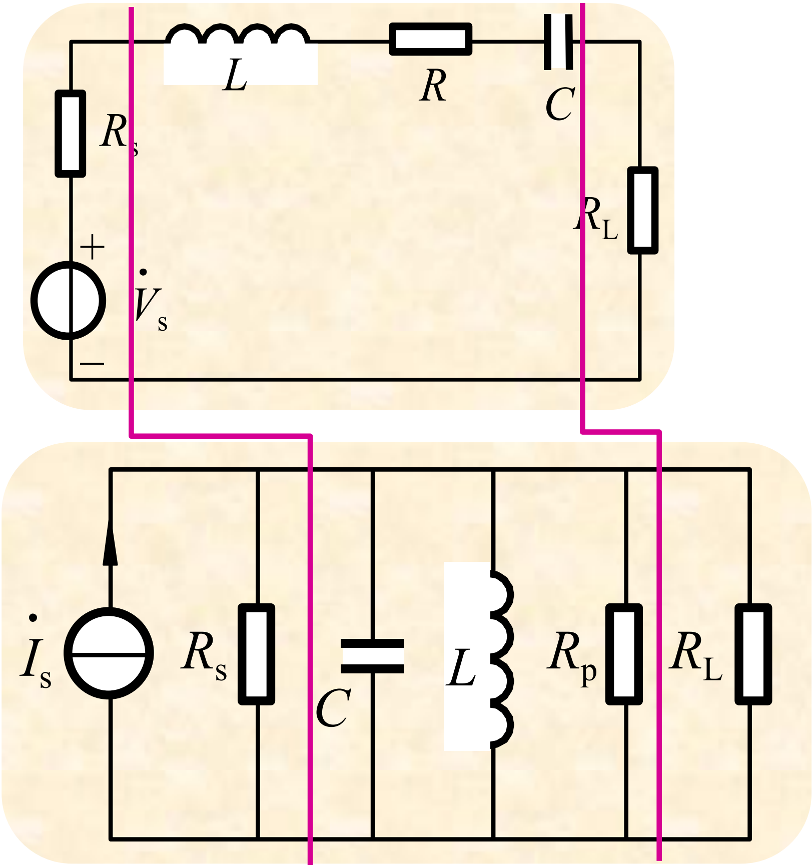


图 2.3.3 两个支路都有电阻的并联回路

3. 信号源及负载对谐振回路的影响





$$Q_L = \frac{\omega_0 L}{R + R_S + R_L} = \frac{Q_0}{1 + \dfrac{R_S}{R} + \dfrac{R_L}{R}}$$

$$Q_L = \frac{1}{\omega_p L\left(G_p + G_s + G_L\right)}$$

➢ 抽头式接入形式

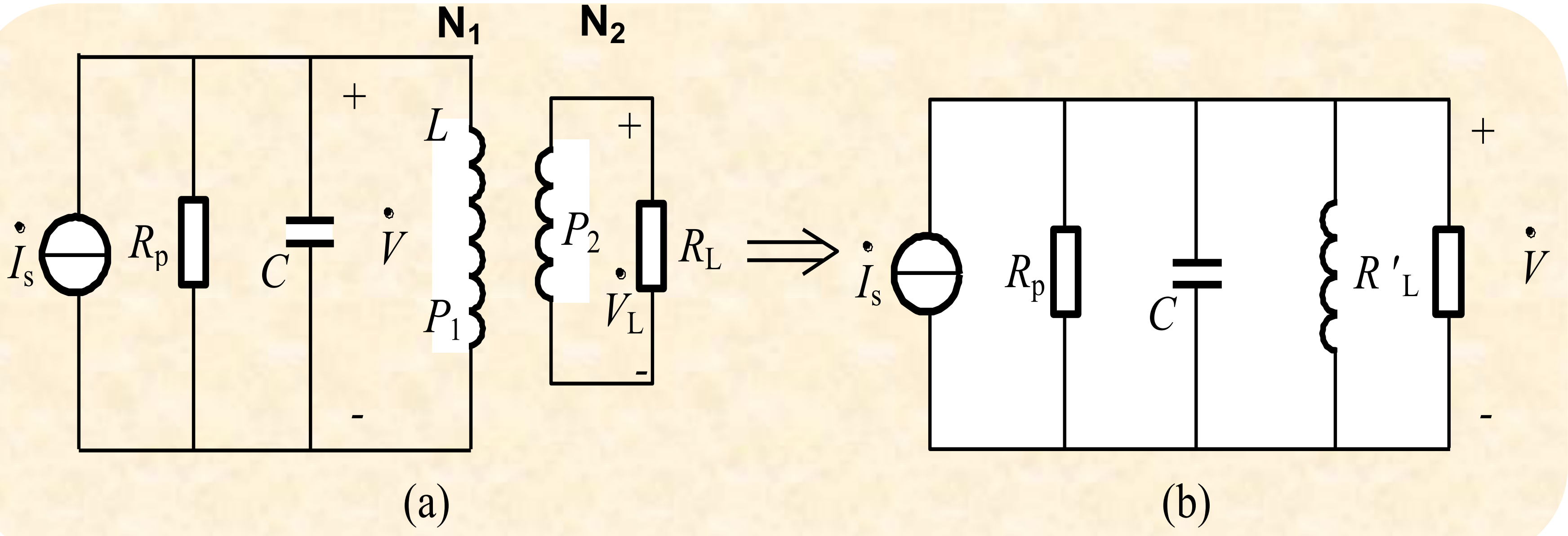
为了减小信号源或负载电阻对谐振回路的影响，**信号源或负载电阻**不是直接接入回路，而是经过一些简单的变换电路，将它们**部分接入**回路。

常用的电路形式：

变压器耦合连接、自耦变压器抽头电路和**双电容抽头电路**

信号源及其内阻的部分接入问题。

➢ 1. 变压器耦合连接



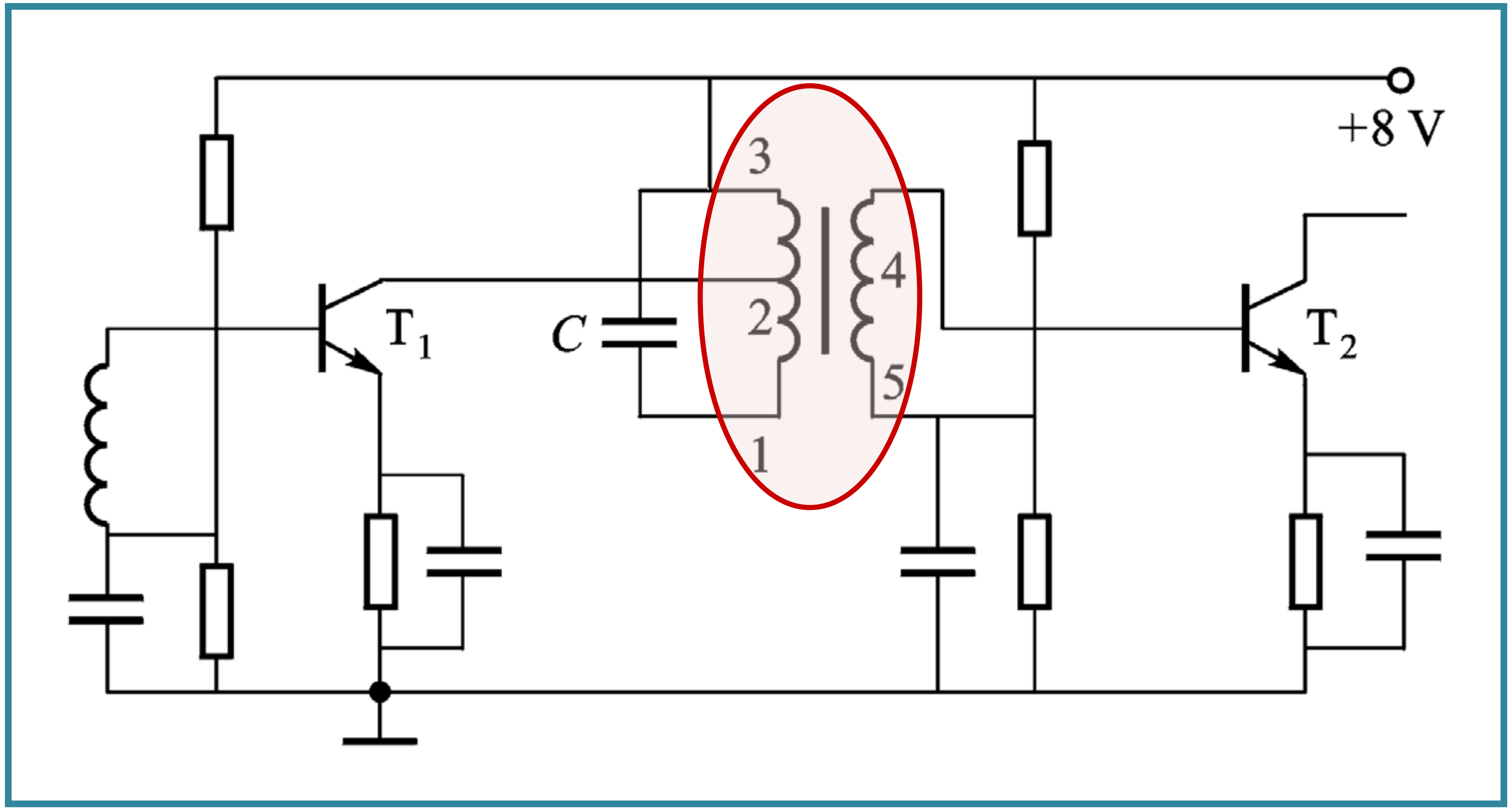
$$P_1 = \frac{V^2}{R_L'} \qquad P_2 = \frac{V_L^2}{R_L}$$

功率守恒 $P_1 = P_2$

$$R_L' = \left(\frac{V}{V_L}\right)^2 R_L = \left(\frac{N_1}{N_2}\right)^2 R_L = \frac{1}{p^2} R_L$$

接入系数 $p = \frac{V_L}{V} = \frac{N_2}{N_1} \leq 1$

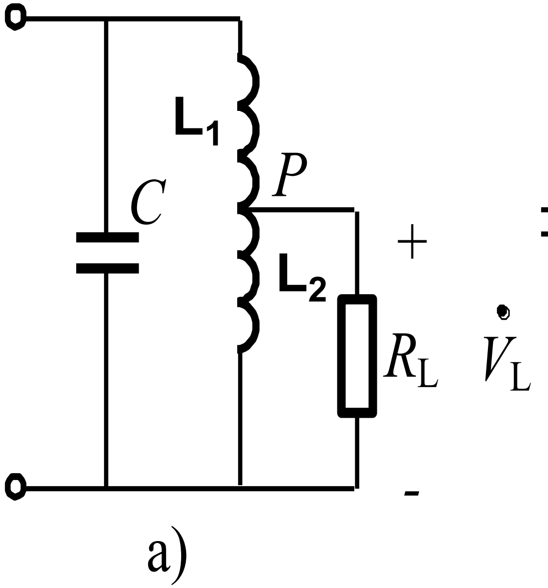
1. 变压器耦合连接 实例

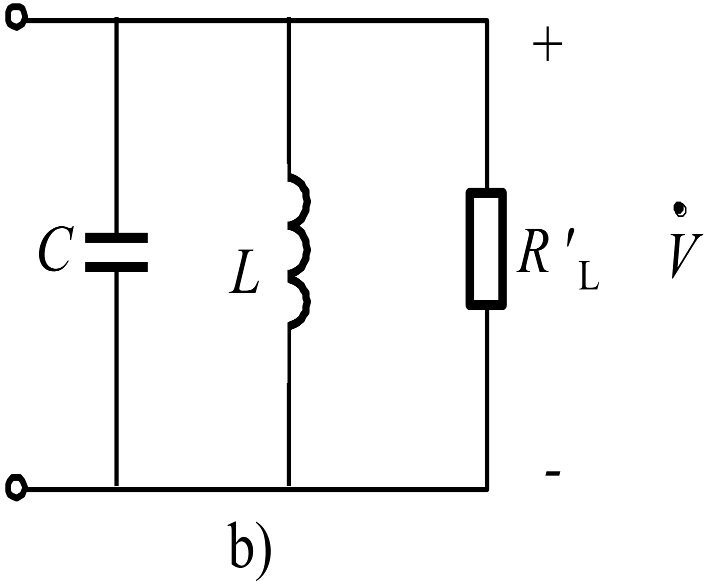


负载和回路之间采用了变压器耦合，接入系数

$$p_2 = \frac{V_{54}}{V_{31}} = \frac{N_2}{N}$$

➢ 2. 自耦和变压器—电感抽头式





$$P_1 = \frac{V^2}{R_L'} \qquad P_2 = \frac{V_L^2}{R_L}$$

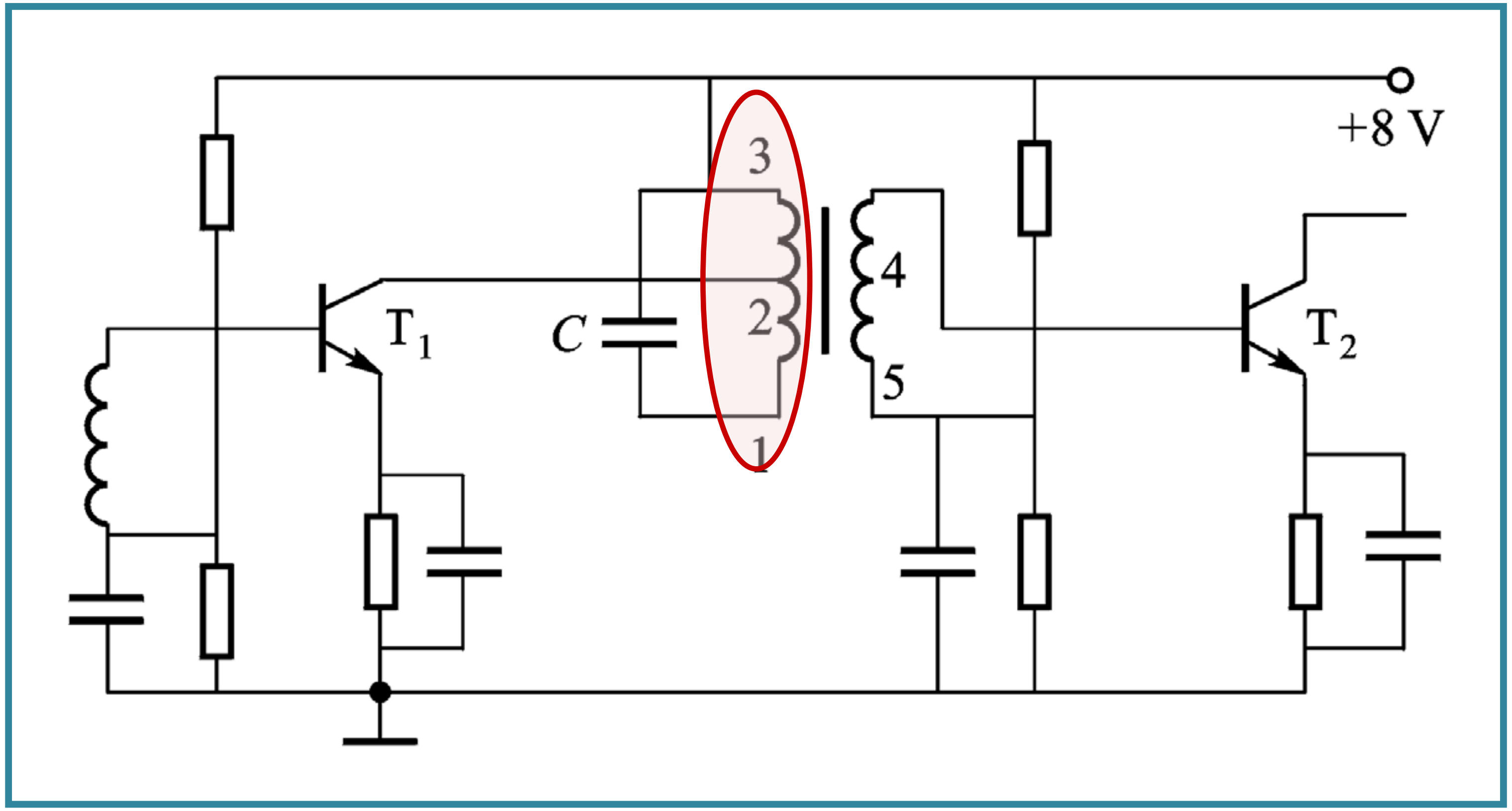
功率守恒

$$P_1 = P_2 \qquad \frac{L_1}{L_2} > 1$$

$$R_L' = \left(\frac{V}{V_L}\right)^2 R_L = \left(\frac{L_1}{L_2}\right)^2 R_L = \frac{1}{p^2} R_L$$

接入系数 $p = \frac{V_L}{V} = \frac{L_2}{L_1} \le 1$

➢ 2. 自耦和变压器—电感抽头式



晶体管集、射回路与振荡回路之间采用抽头接入，

接入系数

$$p_1 = \frac{v_{23}}{v_{31}} = \frac{N_1}{N}$$

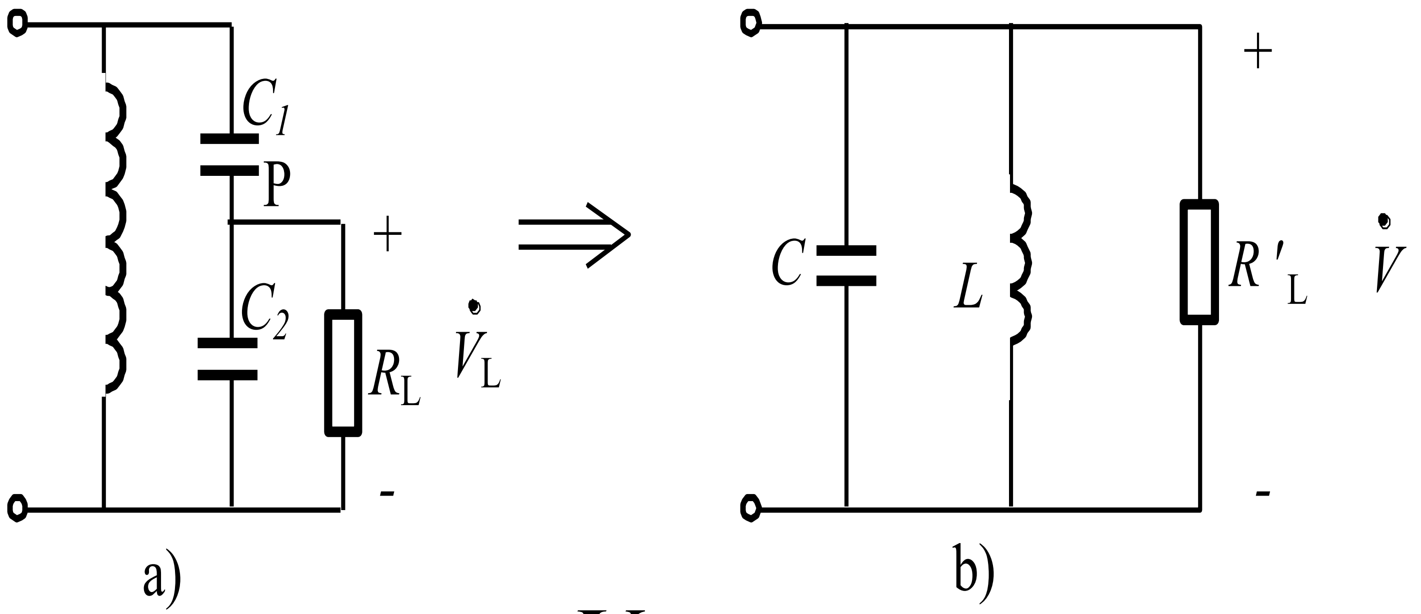
3. 电容抽头式

$$P_1 = \frac{V^2}{R_L'} \qquad P_2 = \frac{V_L^2}{R_L}$$

功率守恒 $P_1 = P_2$

$$R_L' = \left(\frac{V}{V_L}\right)^2 R_L = \frac{1}{p^2} R_L$$

$$R_L >> \frac{1}{\omega C_2}$$

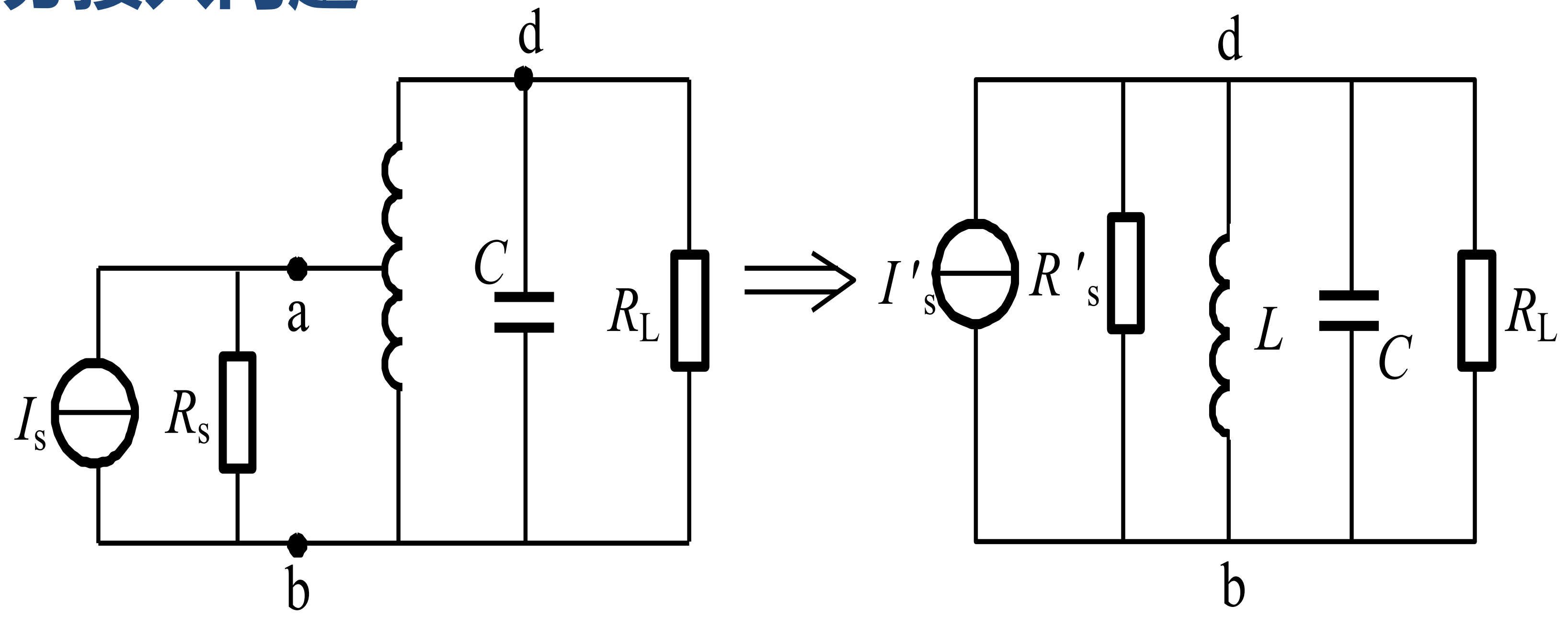


接入系数 $\mathrm{p} = \frac{V_L}{V} \leq 1$

$$p = \frac{V_L}{V} \approx \frac{\frac{1}{\omega C_2}}{\frac{1}{\omega C}} = \frac{C}{C_2} = \frac{\frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2}}{C_2} = \frac{C_1}{C_1 + C_2}$$

4. 信号源及其内阻部分接入问题

$$R_s' = \frac{1}{p^2} R_s = \left(\frac{V_{db}}{V_{ab}}\right)^2 R_s$$



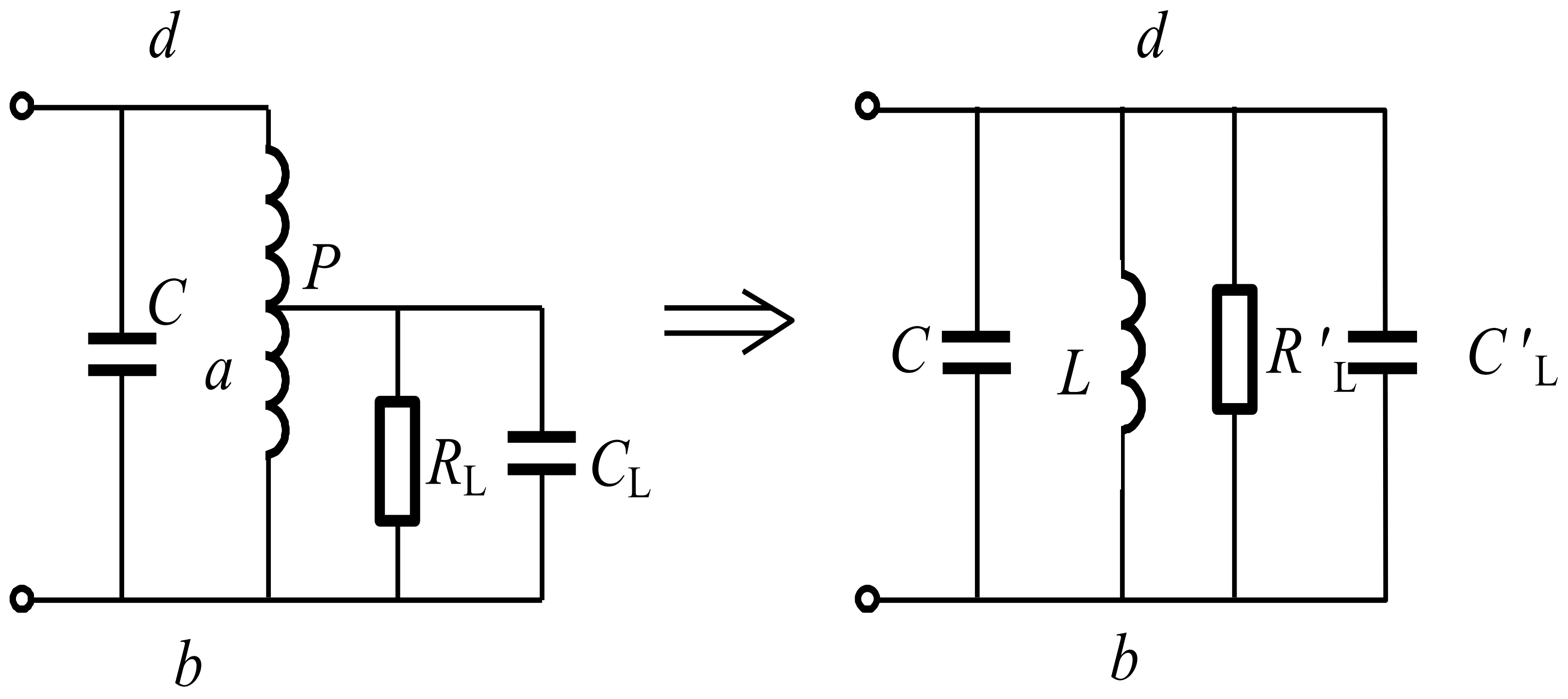
$$P_1 = V_{db} \cdot I_s'$$

$$P_2 = V_{ab} \cdot I_s$$

$$P_1 = P_2$$

$$I_s' = \frac{V_{ab}}{V_{db}} I_s = pI_s$$

➢ 5. 负载部分接入问题



$$R_L' = \left(\frac{V_{db}}{V_{ab}}\right)^2 R_L = \left(\frac{L_1}{L_2}\right)^2 R_L = \frac{1}{p^2} R_L \qquad C_L' = \left(\frac{V_{ab}}{V_{db}}\right)^2 C_L = p^2 C_L$$

➢ 例题

抽头式并联电路的阻抗变换的电路形式主要包括（ ）。

A 变压器耦合连接

B 电感抽头式

C 电容抽头电路

D 电阻分压电路

ABC

- ☞ 2.1 串联谐振回路
- ☞ 2.2 并联谐振回路
- ☞ 2.3 串、并联阻抗的等效互换与回路抽头时的阻抗变换
- ☞ **2.4 耦合回路**
- ☞ 2.5 滤波器的其他形式

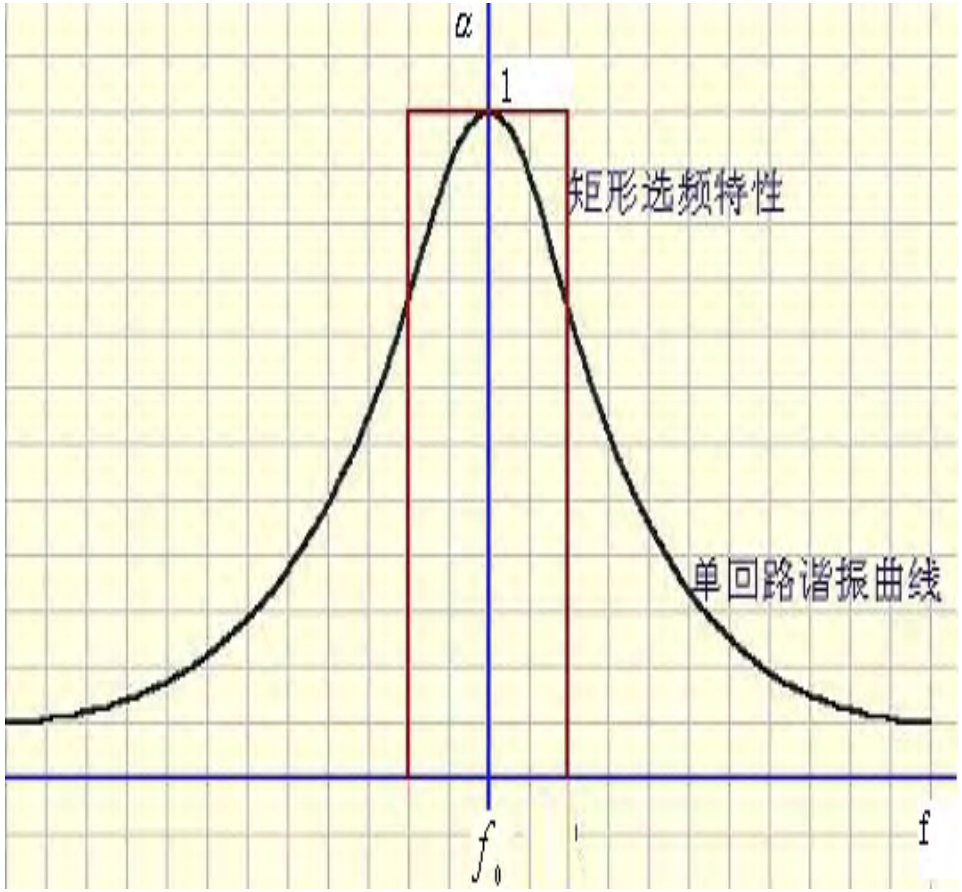
➢ 耦合回路

单振荡回路具有频率选择性和阻抗变换的作用。

但是：
1、选频特性不够理想
2、阻抗变换不灵活、不方便

一般地，为了说明**选择性**和**通频带**两个相互矛盾的指标统一的程度，定义**矩形系数**：

$$D = \frac{D_{3dB}}{D_{0.1}}$$



为了使网络具有矩形选频特性，或者完成阻抗变换的需要，需要采用**耦合振荡回路**。

➢ 各式耦合回路

耦合回路是由两个或两个以上的电路形成的一个网络，两个电路之间必须有公共阻抗存在，才能完成耦合作用。

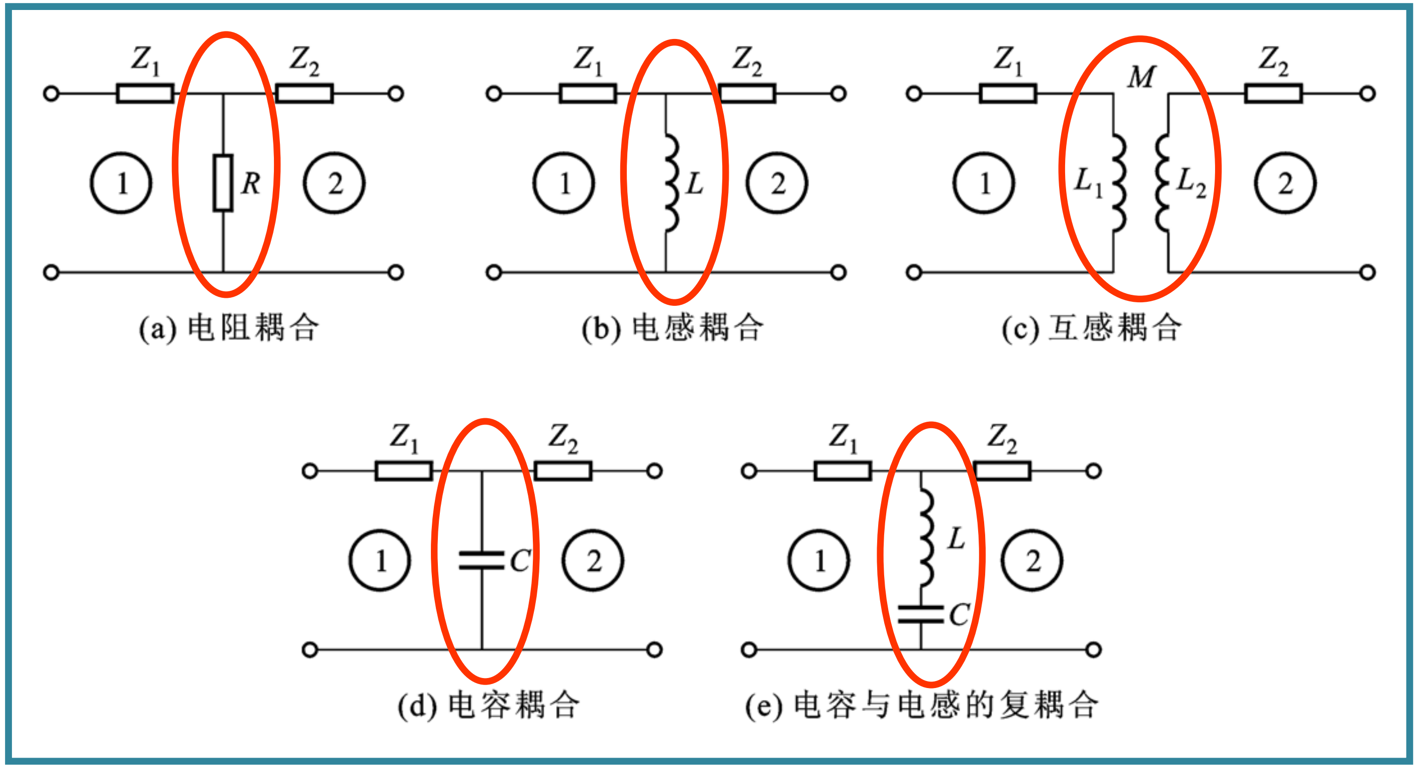


图 2.4.1 各式耦合电路

✓纯耦合

➢公共阻抗如果是纯电阻或纯电抗。

✓复耦合

➢公共阻抗由两种或两种以上的电路元件所组成

➢ 耦合系数

在耦合回路中接有激励信号源的回路称为**初级回路**，与负载相接的回路称为**次级回路**。

为了说明回路间的耦合程度，常用**耦合系数 k**来表示，它的定义是：**耦合回路的公共电抗（或电阻）绝对值与初、次级回路中同性质的电抗（或电阻）的几何中项之比**，即：

$$k = \frac{|X_{12}|}{\sqrt{X_{11}X_{22}}}$$

耦合系数k是一个**小于1、最大等于1**的**没有量纲**的**正实数**。

➢ 2.4.1 互感耦合回路

在高频电子线路中，常采用图2.4.2所示的两种耦合回路：

(a)为互感耦合串联型回路；
(b)为电容耦合并联型回路。

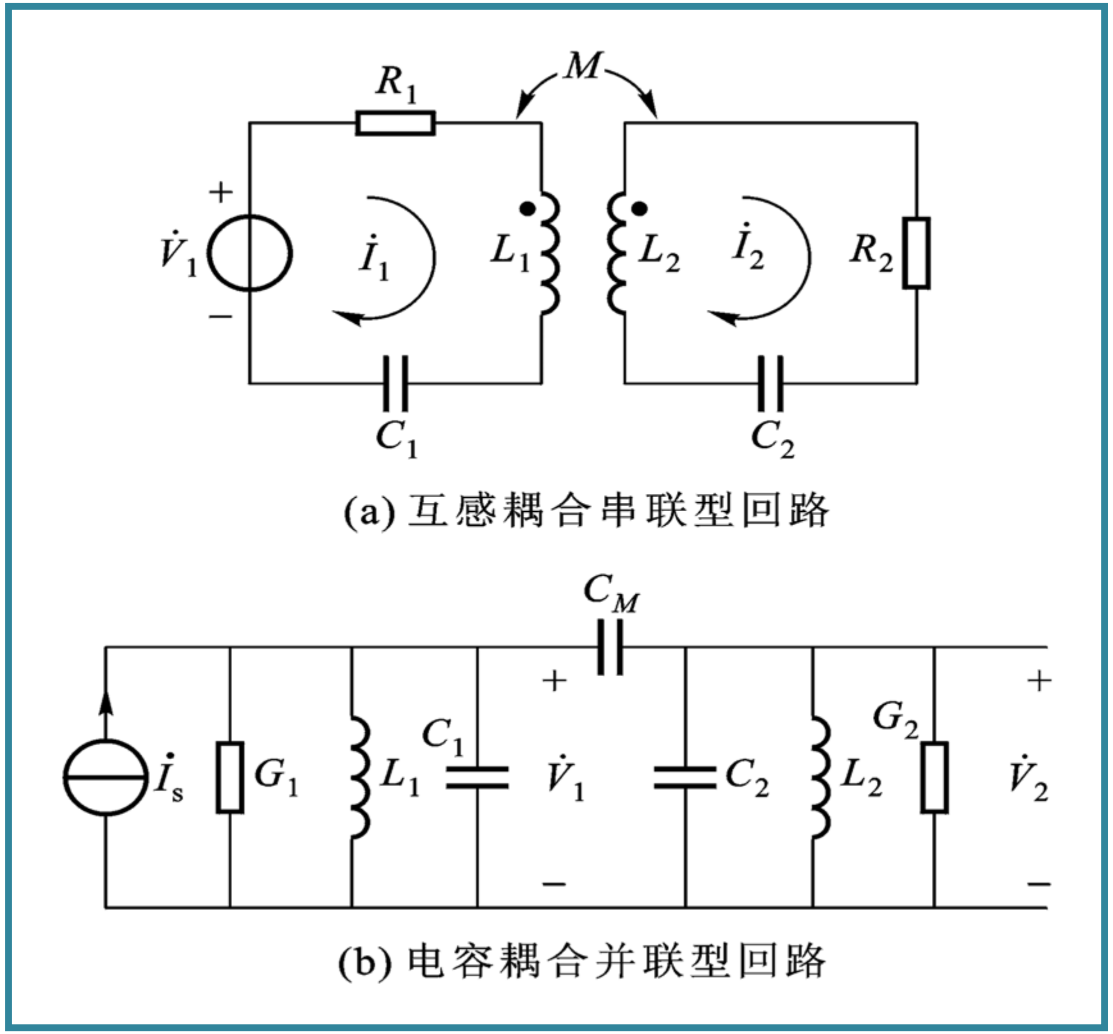


图 2.4.2 两种常用的耦合回路

➢ 2.4.1 互感耦合回路

由基尔霍夫定律得出回路电压方程为

$$\dot{V}_1 = \dot{I}_1 Z_{11} - j\omega M \dot{I}_2$$

$$0 = \dot{I}_2 Z_{22} - j\omega M \dot{I}_1$$

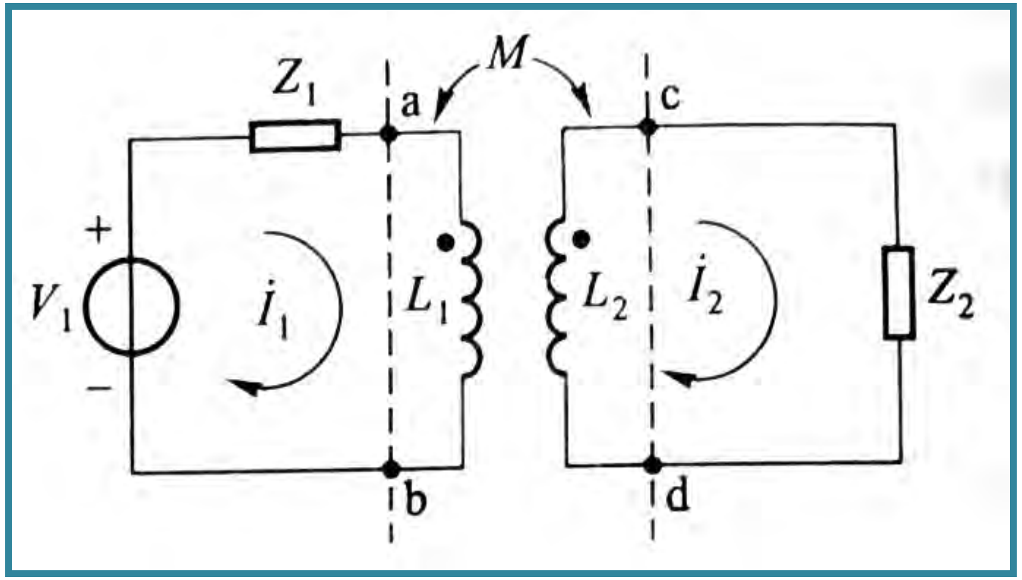


图2.4.3 互感耦合回路的一般形式

式中，Z_{11}为**初级回路**的**自阻抗**，即$Z_{11}=R_{11}+jX_{11}$，

Z_{22}为**次级回路**的**自阻抗**，即$Z_{22}=R_{22}+jX_{22}$。

解得

$$\dot{I}_1 = \frac{\dot{V}_1}{Z_{11} + \dfrac{(\omega M)^2}{Z_{22}}} \qquad \dot{I}_2 = \frac{-j\omega M \dfrac{\dot{V}_1}{Z_{11}}}{Z_{22} + \dfrac{(\omega M)^2}{Z_{11}}}$$

➢ 2.4.1 互感耦合回路

$$\dot{I}_1=\frac{\dot{V}_1}{Z_{11}+\frac{(\omega M)^2}{Z_{22}}}$$

$$Z_{f1}=\frac{(\omega M)^2}{Z_{22}}$$

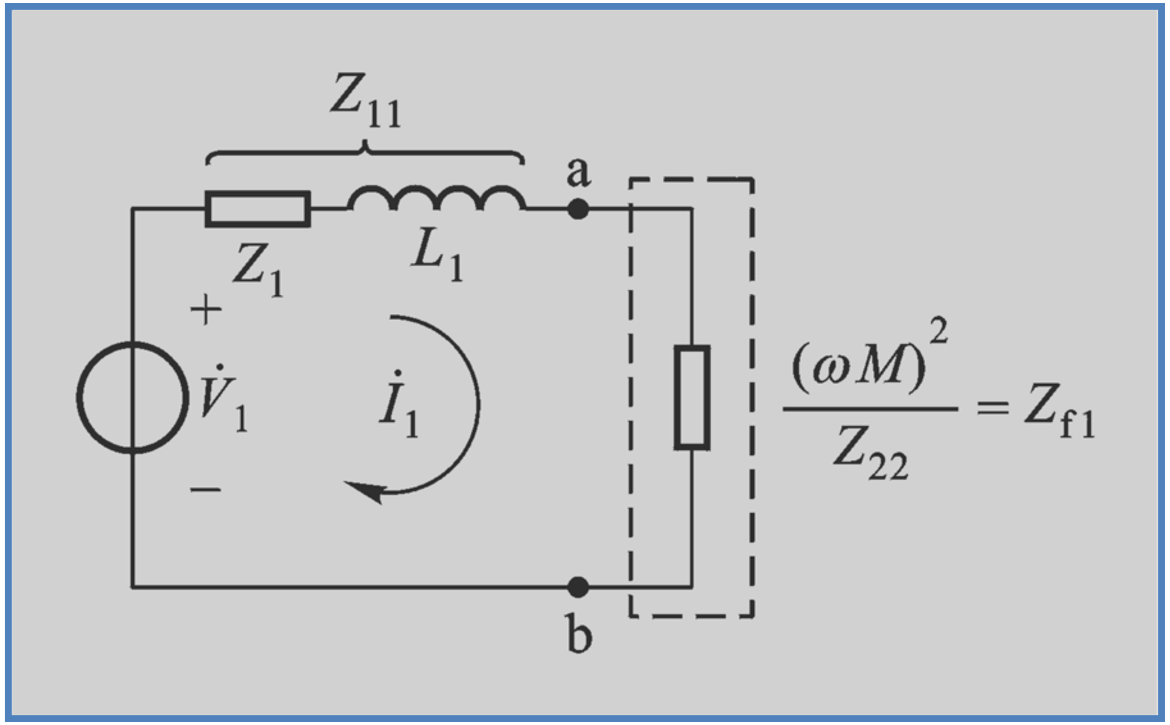


图2.4.4 初级等效电路

反射阻抗，又称为**耦合阻抗**，它的物理意义是：次级电流通过互感M的作用，在初级回路中感应的电动势对初级电流的影响，可用一个**等效阻抗** Z_{f1} 来表示。

➢ 2.4.1 互感耦合回路

$$\dot{I}_2 = \frac{-\mathrm{j}\omega M \dfrac{\dot{V}_1}{Z_{11}}}{Z_{22} + \dfrac{(\omega M)^2}{Z_{11}}}$$

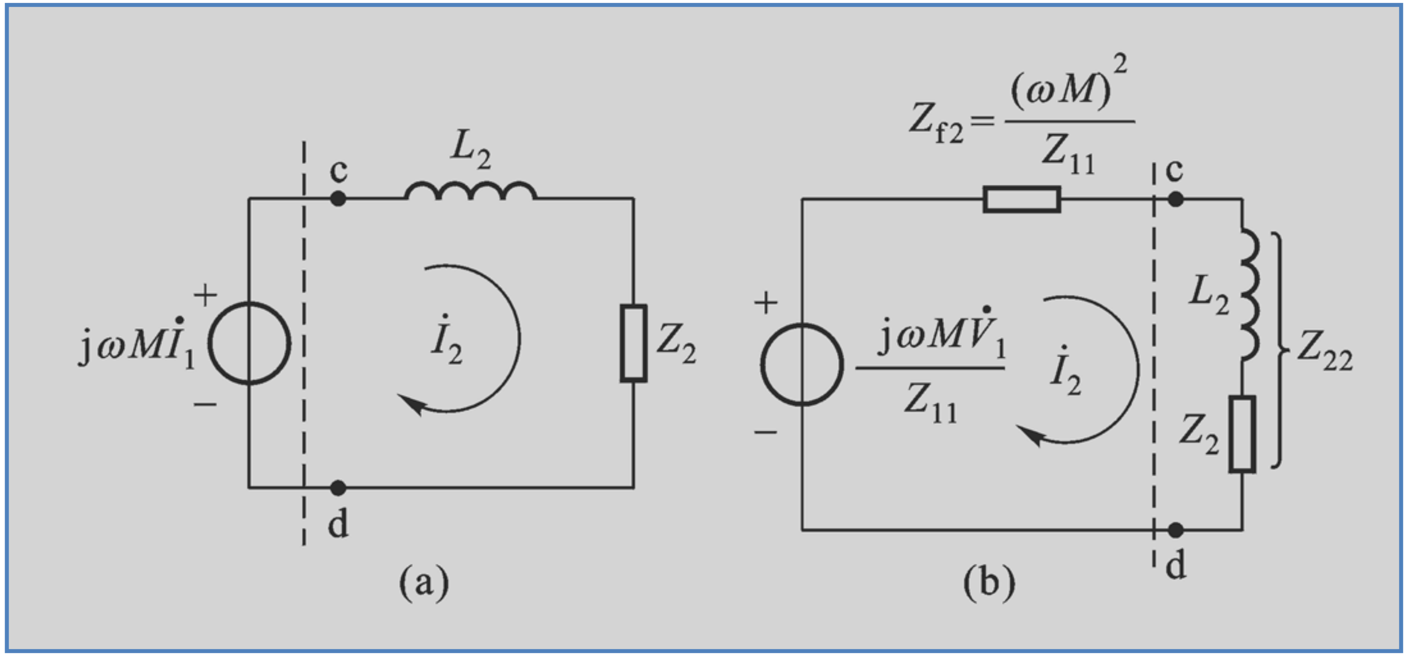


图2.4.5 次级等效电路的两种形式

在次级回路中反射阻抗Z_{f2}：

$$Z_{f2} = \frac{(\omega M)^2}{Z_{11}}$$

➢ 2.4.1 互感耦合回路

$$Z_{f1}=\frac{(\omega M)^2}{Z_{22}}=\frac{(\omega M)^2}{R_{22}+jX_{22}}$$

$$=\frac{(\omega M)^2}{R_{22}^2+X_{22}^2}R_{22}+j\frac{-(\omega M)^2}{R_{22}^2+X_{22}^2}X_{22}$$

$$R_{f1}=\frac{(\omega M)^2}{R_{22}^2+X_{22}^2}R_{22}\qquad X_{f1}=\frac{-(\omega M)^2}{R_{22}^2+X_{22}^2}X_{22}$$

$$Z_{f2}=\frac{(\omega M)^2}{Z_{11}}=\frac{(\omega M)^2}{R_{11}+jX_{11}}$$

$$=\frac{(\omega M)^2}{R_{11}^2+X_{11}^2}R_{11}+j\frac{-(\omega M)^2}{R_{11}^2+X_{11}^2}X_{11}$$

$$R_{f2}=\frac{(\omega M)^2}{R_{11}^2+X_{11}^2}R_{11}\qquad X_{f2}=\frac{-(\omega M)^2}{R_{11}^2+X_{11}^2}X_{11}$$

结论：

①反射电阻永远是正值；

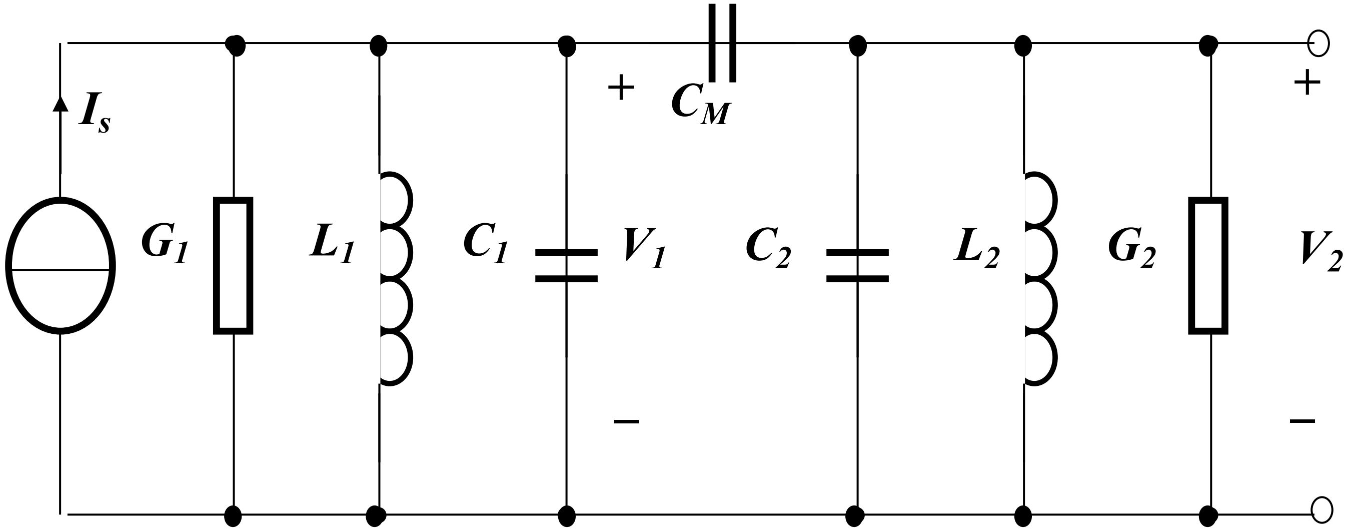
②反射电抗的性质与原回路总电抗的性质总是相反；

③当初次级回路同时谐振 (即$X_{11}=X_{22}=0$)，反射阻抗$Z_f=R_f$；

④M的大小直接影响反射阻抗Z_f。

2.4.2 耦合振荡回路的频率特性

图2.4.2（b） 电容耦合并联型回路



为了简化分析，假定初次级回路参量相同，即

$$L_1 = L_2 = L \quad C_1 = C_2 = C \quad G_1 = G_2 = G \quad \omega_1 = \omega_2 = \omega \quad Q_1 = Q_2 = Q \quad \xi_1 = \xi_2 = \xi$$

节点电流方程

$$\dot{I}_s = \dot{V}_1 G + \frac{\dot{V}_1}{j\omega L} + j\omega(C_1 + C_M)\dot{V}_1 - j\omega C_M \dot{V}_2 \qquad 0 = \dot{V}_2 G + \frac{\dot{V}_2}{j\omega L} + j\omega(C_2 + C_M)\dot{V}_2 - j\omega C_M \dot{V}_1$$

➢ 2.4.2 耦合振荡回路的频率特性

令 $C = C_1 + C_M = C_2 + C_M$ 并引入 $\xi = Q(\frac{\omega}{\omega_o} - \frac{\omega_o}{\omega})$

上式可得

$$\dot{I}_s = \dot{V}_1 G(1 + j\xi) - j\omega C_M \dot{V}_2$$

$$0 = \dot{V}_2 G(1 + j\xi) - j\omega C_M \dot{V}_1$$

$$\dot{V}_1 = \frac{G(1 + j\xi)}{j\omega C_M} \dot{V}_2$$

求解：

$$\dot{V}_2 = \frac{j\omega C_M \dot{I}_s}{G^2(1 + j\xi)^2 + \omega^2 C_M^2} = \frac{j\omega C_M \dot{I}_s}{G^2(1 - \xi^2 + \frac{\omega^2 C_M^2}{G^2} + j2\xi)}$$

其幅值：

$$V_{2m} = \frac{\omega C_M I_{sm}}{G^2\sqrt{(1 - \xi^2 + \frac{\omega^2 C_M^2}{G^2})^2 + 4\xi^2}} = \frac{\eta I_{sm}}{G\sqrt{(1 - \xi^2 + \eta^2)^2 + 4\xi^2}}$$

其中 $\eta = \frac{\omega C_M}{G}$ 为耦合因数，它反映耦合程度。

➢ 2.4.2 耦合振荡回路的频率特性

$$V_{2m}=\frac{\omega C_M I_{sm}}{G^2\sqrt{\left(1-\xi^2+\frac{\omega^2 C_M^2}{G^2}\right)^2+4\xi^2}}=\frac{\eta I_{sm}}{G\sqrt{(1-\xi^2+\eta^2)^2+4\xi^2}}$$

利用微分求导，求极值可得 $\eta=1$，$\xi=0$ 代入上式得： **最大值** $V_{2\max}=\frac{I_{sm}}{2G}$

V_2 **比** $V_{2\max}$ **可得**

$$\alpha=\frac{V_{2m}}{V_{2\max}}=\frac{2\eta}{\sqrt{(1-\xi^2+\eta^2)^2+4\xi^2}}$$

整理得

$$\alpha=\frac{V_{2m}}{V_{2\max}}=\frac{2\eta}{\sqrt{(1+\eta^2)^2+2(1-\eta^2)\xi^2+\xi^4}}$$

若以 ξ 为变量，η 为参变量 $\alpha=f(\eta,\xi)$

➢ 2.4.2 耦合振荡回路的频率特性

$$\alpha = \frac{V_{2m}}{V_{2\max}} = \frac{2\eta}{\sqrt{(1+\eta^2)^2 + 2(1-\eta^2)\xi^2 + \xi^4}}$$

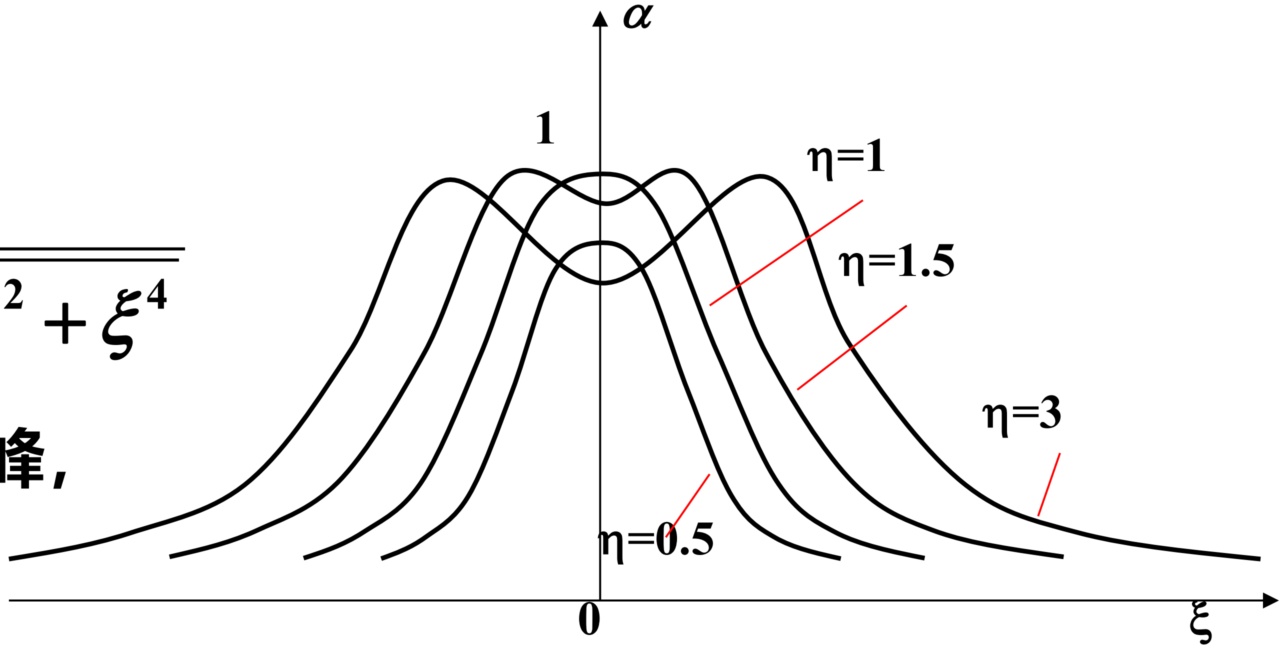


图2.4-7

1. 当$\eta=1$ 即$kQ=1$称为临界耦合,曲线是单峰,这就是**最佳耦合全谐振**

$$\alpha = \frac{2}{\sqrt{4+\xi^4}}$$

2.当$\eta<1$ 即$kQ<1$ 称弱耦合,曲线是单峰,其峰值为:

$$\alpha = \frac{2\eta}{1+\eta^2} < 1$$

3. 当$\eta>1$ 即$kQ>1$ 称强耦合,曲线是双峰。

本章小结

1. 掌握**串、并联谐振回路**的**基本原理**
2. 掌握**串、并联谐振回路**的**谐振特性**
3. 掌握**频率选择性**、**通频带**、**幅频特性**、**相频特性**的分析方法
4. 掌握**电感抽头式**、**电容抽头式**、**变压器**实现**阻抗变换**的基本原理
5. 理解**耦合回路**和**耦合振荡器**的分析方法和**频率特性**

Thank You !

Q & A